

**Proyecto/Guía docente de la asignatura**

| | | | |
|--|---|----------------------|-------------|
| Asignatura | Introducción a los Espacios de Funciones | | |
| Materia | Análisis Funcional | | |
| Módulo | | | |
| Titulación | Grado en Matemáticas | | |
| Plan | 394 | Código | 40024 |
| Periodo de impartición | Primer cuatrimestre | Tipo/Carácter | Obligatoria |
| Nivel/Ciclo | GRADO | Curso | CUARTO |
| Créditos ECTS | 6 | | |
| Lengua en que se imparte | ESPAÑOL | | |
| Profesor/es responsable/s | Javier Sanz Gil | | |
| Datos de contacto (E-mail, teléfono...) | jsanzg@am.uva.es | | |
| Departamento | ÁLGEBRA, ANÁLISIS MATEMÁTICO, GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA | | |

1. Situación / Sentido de la Asignatura**1.1 Contextualización**

La asignatura se imparte en cuarto curso, cuando el alumno ya ha cursado las asignaturas que abordan la teoría de la integración, el álgebra lineal y los espacios métricos, preliminares necesarios para el correcto desarrollo de la asignatura. El carácter obligatorio se debe a que proporciona herramientas imprescindibles en buena parte de las asignaturas optativas del plan.

1.2 Relación con otras materias

Esta asignatura está muy relacionada con la mayoría de materias del Grado, entre las que cabe citar el Álgebra y la Geometría Lineales y las Ecuaciones Diferenciales.

1.3 Prerrequisitos

Es recomendable haber cursado las asignaturas "Cálculo Infinitesimal", "Análisis Matemático", "Álgebra y Geometría Lineales I", "Topología" y "Ampliación de Ecuaciones Diferenciales".



2. Competencias

Se indican a continuación las descritas en la Memoria Verifica del Grado en Matemáticas de la UVa.

2.1 Generales

G2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas.

G4. Poder transmitir, tanto de forma oral como escrita, información, ideas, conocimientos, problemas y soluciones del ámbito matemático a un público tanto especializado como no especializado.

G5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.

G6. Utilizar bibliografía y herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas, incluyendo los recursos telemáticos.

G7. Leer y comprender textos científicos tanto en lengua propia como en otras de relevancia en el ámbito científico, especialmente la inglesa.

G9. Gestionar de forma óptima, tanto en el trabajo individual como en equipo, el tiempo de trabajo y organizar los recursos disponibles, estableciendo prioridades, caminos alternativos e identificando errores lógicos en la toma de decisiones.

G10. Tener la capacidad de trabajar en equipo, aportando orden, abstracción y razonamiento lógico; comprobando o refutando razonadamente los argumentos de otras personas y contribuyendo con profesionalidad al buen funcionamiento y organización del grupo.

2.2 Específicas

E1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las Matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

E2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las Matemáticas.

E3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

E4. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

E5. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.

E6. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas.

E7. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

E8. Planificar la resolución de un problema en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.



3. Objetivos

Conocimiento de los espacios fundamentales de funciones continuas, así como de los teoremas básicos de compacidad y densidad de conjuntos de funciones. Tener soltura en la aplicación de dichos teoremas al estudio de problemas clásicos de teoría de funciones. Entender los fundamentos de la teoría de espacios normados y los resultados clave del Análisis Funcional en este contexto. Comprender la importancia del producto interno en el estudio de la geometría de los espacios de funciones, así como la similitud entre las bases ortonormales y la descripción clásica de la geometría euclídea en dimensión finita, en particular en relación al estudio de las series de Fourier. Entender que la teoría espectral de los operadores compactos y autoadjuntos constituye la generalización más sencilla de la diagonalización de matrices, y conocer su aplicación al problema clásico de Sturm-Liouville.

4. Contenidos y/o bloques temáticos

Bloque 1: ÚNICO

Carga de trabajo en créditos ECTS:

a. Contextualización y justificación

Las indicadas en el apartado 1.1 de este documento.

b. Objetivos de aprendizaje

Los indicados en el apartado 3 de este documento.

c. Contenidos

1. Espacios Normados

Generalidades. Compleción de un espacio normado: espacios de Banach. Espacios de dimensión finita y teorema de Riesz. Operadores lineales continuos. Familias sumables en espacios de Banach. Espacios de funciones continuas: teoremas de Arzela-Ascoli y de Stone-Weierstrass.

2. Espacios de Hilbert

Espacios con producto interno. Ortogonalidad. Teorema de la norma mínima. Proyecciones ortogonales. Teorema de representación de Riesz. Sistemas ortonormales.

3. Operadores Lineales

Funcionales lineales continuos. Teorema de Hahn-Banach: consecuencias. Teorema de Baire: teoremas de Banach-Steinhaus, teorema de la aplicación abierta y teorema del grafo cerrado.

4. Series de Fourier

Espacios L^2 . Series de Fourier: convergencia en media cuadrática. Lema de Riemann-Lebesgue. Convergencia puntual de las series de Fourier. Teorema de localización de Riemann.

5. Operadores compactos y autoadjuntos

Operadores compactos. Operadores de rango finito. Operadores integrales con núcleo continuo. Operadores autoadjuntos en un espacio de Hilbert: propiedades fundamentales y ejemplos.

6. El teorema espectral y aplicaciones

El teorema espectral para operadores compactos. Aplicaciones a operadores integrales. Aplicaciones al problema de Sturm-Liouville.



d. Métodos docentes

Lección magistral participativa y sesiones de resolución de problemas.

e. Plan de trabajo

El método de trabajo será el siguiente:

- Se proporcionarán materiales docentes al alumno, ya sea elaborados por el propio profesorado de la asignatura, ya de fácil acceso en la red o en la biblioteca, para que aquel se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas.
- Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta.
- Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias del Análisis Funcional.
- El alumno podrá realizar (una o varias) pruebas escritas de evaluación continua durante el cuatrimestre, cuyos resultados le permitirán conocer las fortalezas y debilidades de su proceso de aprendizaje.
- Se utilizará una plataforma virtual de apoyo basada en Moodle que, aparte de proporcionar los materiales básicos de la asignatura, incorporará foros temáticos (resolución de dudas, consultas, etc.).

f. Evaluación

El general de la titulación: ver memoria VERIFICA del Grado de Matemáticas (pág. 42).

En la convocatoria ordinaria la evaluación continua tendrá un peso del 25% en la calificación final, correspondiendo el 75% al examen final escrito. En la convocatoria extraordinaria la calificación resultará únicamente del examen escrito.

g. Bibliografía básica

B.V. Limaye: *Functional Analysis*. Wiley, 1981.

A. Vera López - P. Alegría Ezquerro: *Un curso de Análisis Funcional*. AVL. Murcia, 1997.

h. Bibliografía complementaria

G. Bachmann - L. Narici: *Análisis Funcional*. Tecnos. Madrid, 1981.

H. Brézis: *Análisis Funcional*. Alianza Universidad Textos. Madrid, 1984.

B. Cascales - J. M. Mira - J. Orihuela - M. Raja: *Análisis Funcional*. Ediciones Electolibris, 2012.

G. Choquet: *Topología*. Toray-Masson. Barcelona, 1971.

J. B. Conway: *A Course in Functional Analysis*. Springer. Nueva York, 1990.

J. Dieudonné: *Fundamentos de Análisis Moderno*. Tomo I. Reverté. Barcelona, 1974.

A. El Kacimi Alaoui: *Introducción al Análisis Funcional*. Reverté. Barcelona, 1994.



- A. Kirillov - A. Gvishiani:** *Theorems and Problems in Functional Analysis*. Springer. Nueva York, 1982.
- E. Kreyszig:** *Introductory Functional Analysis with Applications*. Wiley. Nueva York, 1978.
- J. D. Price:** *Basic Methods of Linear Functional Analysis*. Hutchinson University Library. Londres, 1973.
- W. Rudin:** *Análisis Funcional*. Reverté. Barcelona, 1979.
- W. Rudin:** *Análisis Real y Complejo*. McGraw-Hill. Madrid, 1990.
- A. Tocino García - M. Maldonado Cordero:** *Problemas resueltos de Análisis Funcional*. Librería Cervantes. Salamanca, 2003.
- V. Trenoguine - B. Pisarievski - T. Sóboleva:** *Problemas y Ejercicios de Análisis Funcional*. Mir. Moscú, 1987.

i. Recursos necesarios

El profesorado de la asignatura hará accesible a los alumnos el conjunto de materiales y recursos de apoyo que considere adecuado utilizar en la preparación de la asignatura, a través de la página web de la Uva, de la reprografía del centro o, cuando lo considere conveniente, mediante el entorno de trabajo en la plataforma Moodle ubicada en el Campus Virtual de la Universidad de Valladolid.

j. Temporalización

| CARGA ECTS | PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO |
|------------|--------------------------------|
| 6 | Septiembre-enero |

5. Métodos docentes y principios metodológicos

Se proporcionarán materiales docentes al alumno para que se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas. Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta. Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias del Análisis Funcional. Las pruebas escritas de evaluación, tanto continua como final, consistirán en la resolución de problemas y cuestiones, por lo que el dominio de estas técnicas es indispensable.

Los resultados de las pruebas escritas de evaluación continua permitirán al alumno conocer las fortalezas y debilidades de su proceso de aprendizaje.

Se utilizará una plataforma virtual de apoyo basada en Moodle que, aparte de proporcionar los materiales básicos de la asignatura (apuntes de teoría, colecciones de problemas, exámenes resueltos de convocatorias anteriores, etc.), incorporará foros temáticos (resolución de dudas, consultas, etc.) que potenciarán la colaboración entre los estudiantes con la supervisión del profesor.



6. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

| ACTIVIDADES PRESENCIALES | HORAS | ACTIVIDADES NO PRESENCIALES | HORAS |
|--------------------------------|-----------|--|-----------|
| Clases teórico-prácticas (T/M) | 22 | Estudio y trabajo autónomo individual | 65 |
| Clases prácticas de aula (A) | 23 | Estudio y trabajo autónomo grupal | 15 |
| Tutorías grupales (TG) | 10 | Documentación: consultas bibliográficas, Internet... | 10 |
| Evaluación | 5 | | |
| Total presencial | 60 | Total no presencial | 90 |

7. Sistema y características de la evaluación

| INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO | PESO EN LA NOTA FINAL | OBSERVACIONES |
|---------------------------|-----------------------|---|
| Evaluación continua | 25% | Consistirá en la realización de pruebas escritas. |
| Examen final escrito | 75% | |

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

- **Convocatoria ordinaria:**
 - Se aplicará el sistema de calificación indicado arriba.
- **Convocatoria extraordinaria:**
 - En la convocatoria extraordinaria la calificación resultará únicamente del examen escrito.

8. Consideraciones finales

La planificación de la asignatura que aquí se presenta es orientativa. Si bien el objetivo es seguir lo más fielmente posible dicha planificación, no debe entenderse como algo totalmente cerrado e inflexible, sino que puede modificarse y adaptarse si las circunstancias y el desarrollo del curso así lo requieren. Cualquier cambio, de producirse, será comunicado oportunamente por el profesor.